CONCOURS D'ENTRÉE DANS LES GRANDES ÉCOLES MILITAIRES ÉTRANGÈRES

Session 2025
Durée : 4 heures
Niveau BAC L
Coef. : 2

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées.

Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites.

EXERCICE 1 : (05 points)

Un automobile hybride est un véhicule disposant de deux types de motorisation :

Un moteur thermique et un moteur électrique, afin de limiter la consommation de carburant.

On se propose d'étudier la répartition des ventes des véhicules hybrides ces dernières années.

Une concession fait une étude statistique de ses ventes de modèles hybrides ces six dernières années. Le Directeur dispose du tableau suivant :

Année	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de modèles hybrides vendus	20	36	64	87	114	135

Le plan est muni d'un repère orthogonal. On considère le nuage de points $M_i\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$ de la série statistique $(X, Y) = (x_i, y_i)$.

1. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage. **(1 pt)**
2. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de Y en X. **(2 pts)**
3. On suppose que l'évolution des ventes se poursuit jusqu'en 2025. Estimer le nombre de véhicules qui seront vendus en 2025. **(0,75 pt)**
4. L'objectif des ventes fixé à la concession pour l'année 2025 est de 20% d'augmentation par rapport à l'année 2024.
   a. Calculer le nombre de véhicules qui devraient être vendus en 2025 pour atteindre cet objectif. **(0,75 pt)**
   b. L'estimation du nombre de véhicules vendus en 2025 permet-elle de penser que l'objectif des ventes sera atteint ? Justifier la réponse. **(0,5 pt)**

EXERCICE 2 : (05 points)

Le baril est l'unité de mesure utilisée pour mesurer les quantités de pétrole brut produites. Un baril équivaut à environ 159 litres.

Compte tenu de la hausse de la consommation mondiale en pétrole, une compagnie pétrolière décide de faire passer sa production mensuelle de 180 000 barils à 243 000 barils en deux ans.

CONCOURS D'ENTRÉE DANS LES GRANDES ÉCOLES MILITAIRES ÉTRANGÈRES **Session 2025**

Deux possibilités sont alors envisagées :

- Option 1 : augmenter la production de 2 624 barils tous les mois.
- Option 2 : augmenter de 1,3% la production chaque mois.

1. **Etude de l'option 1**

   On note u_0 la production mensuelle initiale de 180 000barils et u_n $(n \geq 1)$ la production en barils n mois plus tard avec l'option 1. On a : $u_0 = 180\,000$.

   a. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Donner sa raison. **(1 pt)**

   b. Exprimer u_n en fonction de n. **(0,5 pt)**

   c. Calculer u_{24}. L'objectif de la compagnie pétrolière peut-il être atteint avec l'option 1 ? **(0,75 pt)**

2. **Etude de l'option 2**

   On note v_0 la production mensuelle initiale de 180 000 barils et v_n $(n \geq 1)$ la production en barils n mois plus tard avec l'option 2. On a : $v_0 = 180\,000$.

   a. Calculer v_1. **(0,5 pt)**

   b. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Donner sa raison. **(1 pt)**

   c. Exprimer v_n en fonction de n. **(0,5 pt)**

   d. Calculer la production mensuelle au bout de deux ans. On donnera les résultats arrondis à l'unité supérieure. L'objectif de la compagnie pétrolière est-il atteint avec l'option 2 ? **(0,75 pt)**

PROBLEME : **(10 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique $1cm$.

Soit la fonction f définie par : $f(x) = 2 + \frac{1}{e^x - 1}$ et (C_f) sa courbe représentative.

1. Justifier que la fonction f est définie sur $D_f = \mathbb{R}\backslash\{0\}$. **(0,5 pt)**
2. Calculer les limites de f(x) aux bornes de D_f. Interpréter graphiquement les résultats. **(1,75 pt)**
3. Etudier le sens de variations de f, puis dresser le tableau de variations de f. **(1,75 pt)**
4. Déterminer l'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses. **(1 pt)**
5. Montrer que le point $I\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ est un centre de symétrie de la courbe (C_f). **(1,5 pt)**
6. Tracer la courbe (C_f). **(1,5 pt)**
7. Soit la fonction F définie dans $]0; +\infty[$ par $F(x) = x + \ln(e^x - 1)$.

   a. Justifier que F est une primitive de f dans $]0; +\infty[$. **(1 pt)**

   b. Calculer en cm^2, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan délimité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = \ln 2$ et $x = \ln 8$. **(1 pt)**